

**Liquidity by Uncertainty Model (LUM):**  
Модель управления ликвидностью через контроль  
неопределённости

**Алексей Алексеевич Неклюдов**

Руководитель исследовательских проектов

AstraVerge Research Lab

WWW: <https://astraverge.ru>

E-mail: [a.nekliudov@astraverge.ru](mailto:a.nekliudov@astraverge.ru)

*Расширенная редакция (v2.0, Декабрь 2025)*

15 декабря 2025 г.

# Оглавление

<b>Аннотация</b>	<b>1</b>
<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Строгая аксиоматическая формализация</b>	<b>5</b>
2.1 Формальные определения . . . . .	5
2.2 Структурно-топологическое основание модели . . . . .	8
2.3 Максимальный риск ликвидности . . . . .	9
2.4 Основной закон LUM . . . . .	11
2.4.1 Закон устойчивости ликвидности . . . . .	11
2.4.2 Доказательство . . . . .	12
2.4.3 Интерпретация теоремы . . . . .	12
2.4.4 Единственность критерия устойчивости . . . . .	13
2.4.5 Следствие для практики . . . . .	14
<b>3 Динамика ликвидности</b>	<b>17</b>
3.1 Сценарное представление платёжного календаря . . . . .	17
3.2 Плановые кассовые разрывы как допустимые траектории . . . . .	18
3.3 Управление динамикой при фиксированном резерве . . . . .	19
3.4 Формирование сценариев и экстремальные реализации . . . . .	20
3.5 Регуляция длины временных окон . . . . .	20
3.6 Критерии допустимой динамики и управление траекторией . . . . .	20
3.7 Граница применимости модели . . . . .	21
<b>4 Следствия модели и положение относительно существующих подходов</b>	<b>23</b>
4.1 Следствия модели . . . . .	23
4.1.1 О роли овернайт-инструментов . . . . .	24
4.2 Положение модели LUM относительно существующих подходов . . . . .	25
4.2.1 Критика традиционных подходов . . . . .	25
4.3 Носители резерва, нейтральные инструменты и LUM-совместимые порт- фели . . . . .	26
4.3.1 Нейтральные финансовые инструменты . . . . .	26

4.3.2	LUM-совместимые портфели . . . . .	27
4.3.3	Мост к общей модели структурного риска . . . . .	27
4.4	Заключение . . . . .	28
<b>A</b>	<b>Приложения</b>	<b>31</b>
A.1	О нормальном распределении и «жирных хвостах» . . . . .	31
A.2	Почему VaR, ES и PD не имеют онтологического смысла . . . . .	32
A.2.1	Проблема отсутствия распределения . . . . .	32
A.2.2	VaR как математический артефакт . . . . .	33
A.2.3	ES как попытка исправить немодельность VaR . . . . .	33
A.2.4	PD как невозможность вероятности для уникальных событий . . . . .	33
A.2.5	Структурная альтернатива . . . . .	34
A.3	Почему корреляции не имеют онтологического статуса . . . . .	34
A.3.1	Не существует выборки в онтологическом смысле . . . . .	34
A.3.2	Корреляция является свойством выборки, а не системы . . . . .	34
A.3.3	Корреляция не описывает причинность . . . . .	35
A.3.4	Корреляции нестабильны и не подчиняются принципу инвариантности . . . . .	35
A.3.5	Структурная альтернатива корреляциям . . . . .	35
A.3.6	Вывод . . . . .	36
A.4	Почему ковариационная матрица является артефактом модели . . . . .	36
A.4.1	Ковариация определена только относительно выборки . . . . .	36
A.4.2	Ковариационная матрица нестабильна . . . . .	37
A.4.3	Ковариационная матрица не инвариантна относительно причинных структур . . . . .	37
A.4.4	Вся ковариационная структура является математической фикцией . . . . .	37
A.4.5	Вывод . . . . .	38
A.5	Геометрия риска: временные и топологические зависимости вместо статистических . . . . .	38
A.5.1	Временная структура зависимости . . . . .	38
A.5.2	Топологическая структура зависимости . . . . .	38
A.5.3	Риск как геометрическая нагрузка . . . . .	39
A.5.4	Преимущество структурного подхода . . . . .	39
A.5.5	Заключение . . . . .	39
A.6	Почему риск не является суммой рисков: структурная неаддитивность . . . . .	39
A.6.1	Риск возникает из конфигурации, а не из компонентов . . . . .	40
A.6.2	Неаддитивность как следствие пересечений временных окон . . . . .	40
A.6.3	Неаддитивность как следствие топологии процессов . . . . .	40
A.6.4	Аддитивность существует только в вероятностных моделях . . . . .	41

А.6.5	Правильная структура: риск как максимум по конфигурациям . . .	41
А.6.6	Вывод . . . . .	41
А.7	Риск как ликвидность: структурная эквивалентность . . . . .	42



## Аннотация

Представлена строгая формальная модель управления ликвидностью в условиях неопределённости дат исполнения обязательств. Модель LUM (Liquidity by Uncertainty Model) показывает, что устойчивость ликвидности определяется не точностью прогнозирования, а способностью компании поддерживать резерв  $R$ , покрывающий максимальный возможный объём обязательств в окне неопределённости. Доказывается теорема необходимости и достаточности условия  $B \geq R$ . Модель LUM логически продолжает исследовательскую программу AstraVerge Institute, опираясь на ФДБ, СОЕ и исследования по когерентным полям.



## Глава 1. Введение

В реальных корпоративных системах даты исполнения обязательств неизбежно характеризуются временной неопределённостью. Поставки смещаются, счета выставляются нерегулярно, графики оплат пересматриваются, а фактические даты платежей формируются в результате цепочек согласований, задержек и внешних воздействий. В таких условиях модели ликвидности, основанные на фиксированных датах, оказываются принципиально неустойчивыми: любое отклонение от предполагаемого графика приводит к разрушению расчёта и потере управляемости.

При этом плановые показатели, включая инвестиционные бюджеты и *Capex*, не являются обязательствами в строгом смысле и не несут фактических временных характеристик исполнения. Они отражают управленческие намерения и решения, но не задают моментов возникновения денежных требований. Использование плановых величин в качестве основы для расчёта ликвидности подменяет анализ обязательств анализом ожиданий и тем самым искажает сам предмет исследования.

Классические методы финансового моделирования в подобных условиях, как правило, опираются на вероятностные и статистические конструкции. Они предполагают существование воспроизводимых распределений, частот и стационарности процессов денежных потоков. Однако в корпоративной практике данные предпосылки отсутствуют не только эмпирически, но и концептуально. Существенные обязательства носят единичный характер, не образуют статистических выборок и не допускают воспроизведения в экспериментальном смысле.

Как показано в регулятивной модели происхождения языка [1], используемые нами категории и термины не являются нейтральными по отношению к описываемой реальности. Понятия “случайность” и “вероятность” исторически сформировались как инструменты описания массовых и повторяющихся явлений и несут в себе скрытое допущение воспроизводимости событий. Их перенос на область единичных, уникальных и структурно обусловленных обязательств приводит к языковой подмене: структура реальности описывается терминами, не предназначенными для данной предметной области.

В этом смысле применение вероятностных оценок к корпоративным обязательствам представляет собой не просто методологическую неточность, а онтологическую ошибку, обусловленную ограничениями используемого языка описания. Вероятность в таких моделях описывает не саму структуру обязательств, а удобство вычислительной схемы, не



имеющей опоры в наблюдаемой конфигурации платёжного календаря.

Модель LUM устраняет данную несостоятельность, отказываясь от прогнозирования дат и построения распределений. Вместо этого она рассматривает пространство всех допустимых реализаций временной неопределённости, заданной интервалами исполнения обязательств. Устойчивость ликвидности достигается не за счёт усреднения сценариев и не за счёт предположений о форме распределений, а посредством гарантии исполнения обязательств в наихудшем допустимом сценарии.

Тем самым основанием модели LUM является переход от вероятностной интерпретации неопределённости к её структурному пониманию. Неопределённость трактуется как свойство временной конфигурации обязательств, а не как следствие недостатка информации или статистической ошибки. Данный подход согласуется с положениями Философии дискретного бытия [3, 2], в рамках которой устойчивость систем определяется не усреднёнными характеристиками процессов, а структурой допустимых состояний и переходов между ними.

В этом смысле модель LUM формализует подход, при котором устойчивость ликвидности достигается не точностью предсказаний, а контролем над максимальной структурной нагрузкой, допускаемой платёжным календарём. Это позволяет построить строгий критерий устойчивости, независимый от прогнозов, вероятностных допущений и эмпирических предположений, и тем самым задать фундамент для дальнейшего анализа динамики и управления ликвидностью.

## Глава 2. Строгая аксиоматическая формализация

### 2.1. Формальные определения

В онтологии ФДБ каждая экономическая сущность рассматривается как локальность с конечной структурой, не допускающей бесконечной репликации событий. В терминах СОЕ каждое обязательство  $o_i$  представляет собой единичный акт, связанный с конкретной локальностью и не образующий частотного множества наблюдений. Это накладывает фундаментальное ограничение на применение вероятностных моделей.

Пусть  $T$  — линейно упорядоченное множество, интерпретируемое как временная шкала (например, календарное время). Для каждого обязательства  $o_i$  зададим интервал неопределённости

$$\Omega_i = [T_i^{\min}, T_i^{\max}] \subseteq T,$$

который соответствует множеству всех допустимых моментов исполнения обязательства в рамках его локальной динамики.

С точки зрения ФДБ и СОЕ для каждого  $o_i$  отсутствует бесконечная последовательность повторяемых реализаций  $\{T_i^{(k)}\}_{k=1}^N$ ,  $N \rightarrow \infty$ , представляющих «тот же самый» акт. Формально:

$$\forall i \quad \neg \exists \{T_i^{(k)}\}_{k=1}^{\infty} : \quad (T_i^{(k)} \text{ — независимые реализации одной и той же сущности } o_i).$$

Отсюда следует, что для  $o_i$  нельзя онтологически ввести ни частотную вероятность, ни распределение:

$$P_i(\cdot) \text{ не определено,} \quad F_{T_i}(t) = P(T_i \leq t) \text{ лишено содержания.}$$

Единственной корректной «сигма-алгеброй наблюдаемости» для такой локальности является тривиальная сигма-алгебра

$$\mathcal{F}_i = \{\emptyset, \Omega_i\},$$

которая отражает факт, что событие либо ещё не реализовано, либо уже реализовано, но не допускает дробления на статистически осмысленные подсобытия. Любая более богатая сигма-алгебра  $\tilde{\mathcal{F}}_i \supsetneq \mathcal{F}_i$ , предполагающая нетривиальное разбиение  $\Omega_i$  на измеримые

части, требовала бы существования повторяемых, частотно проверяемых под-событий, чего онтология ФДБ и СОЕ не допускает.

Таким образом, неопределённость в LUM имеет не вероятностную, а топологическую природу:  $\Omega_i$  рассматривается как подпространство  $T$  с индуцированной топологией, а не как носитель вероятностной меры. Множество всех возможных реализаций системы обязательств имеет вид

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i \subseteq T,$$

и описывает пространство всех допустимых сценариев на временной шкале.

На этом фоне естественно определить функцию совокупного риска как отображение

$$r : T \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad r(\tau) = \sum_{i: \tau \in \Omega_i} a_i,$$

то есть суммарный объём обязательств, которые могут быть онтологически совместимы с моментом времени  $\tau$ . Функция  $r(\tau)$  является кусочно-постоянной (а следовательно, верхнеполунепрерывной) на  $T$ , так как изменяется лишь при входе или выходе  $\tau$  из интервалов  $\Omega_i$ .

Тогда максимальный риск ликвидности определяется как

$$R = \sup_{\tau \in T} r(\tau) = \sup_{\tau \in T} \left( \sum_{i: \tau \in [T_i^{\min}, T_i^{\max}]} a_i \right),$$

что совпадает с ранее введённым выражением, но теперь имеет явную онтологическую и топологическую интерпретацию:  $R$  — это супремум поля локальных нагрузок, порождённого совокупностью локальностей-обязательств  $\{o_i\}$ .

На множестве обязательств естественно ввести частичный порядок

$$o_i \preceq o_j \iff \Omega_i \subseteq \Omega_j \text{ и } a_i \leq a_j,$$

который отражает включённость локальных неопределённостей и мажорирование по величине. В этом порядке  $o_j$  доминирует  $o_i$  по риску и временной протяжённости. Максимальные элементы по  $\preceq$  соответствуют наиболее «тяжёлым» и длительным обязательствам; именно они вносят основной вклад в значение  $R$ .

В отличие от вероятностно-статистических моделей, где устойчивость определяется свойствами распределений, в LUM устойчивость задаётся структурой  $(T, \{\Omega_i\}, \{a_i\})$  и топологией неопределённости, не сводимой к вероятностной мере. Это и составляет онтологическое основание модели.

Для дальнейшей формализации введём на временной шкале  $T$  топологию  $\mathcal{T}$ , индуцированную стандартным порядком на времени, так что  $(T, \mathcal{T})$  образует линейно упоря-

доченное топологическое пространство (LOT-space). Интервалы неопределённости  $\Omega_i = [T_i^{\min}, T_i^{\max}]$  являются в этой топологии компактными множествами, а множество всех сценариев исполнения обязательств

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$$

есть конечное объединение компактов и, следовательно, компактно.

Определённая ранее функция локальной нагрузки

$$r : T \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad r(\tau) = \sum_{i: \tau \in \Omega_i} a_i,$$

является элементом пространства кусочно-постоянных функций

$$r \in \mathcal{PC}(T, \mathbb{R}_{\geq 0}),$$

где  $\mathcal{PC}$  — множество всех функций, принимающих конечное число значений и имеющих конечное число точек разрыва первого рода. Поскольку каждому  $\Omega_i$  соответствует индикаторная функция  $\mathbf{1}_{\Omega_i}(\tau)$ , то

$$r(\tau) = \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{1}_{\Omega_i}(\tau),$$

то есть  $r$  есть линейная комбинация индикаторов компактных множеств, а значит принадлежит пространству

$$r \in \text{span}\{\mathbf{1}_{\Omega_1}, \dots, \mathbf{1}_{\Omega_n}\} \subseteq \mathcal{PC}(T).$$

В функциональном анализе естественной нормой для таких функций является супремум-норма:

$$\|r\|_{\infty} = \sup_{\tau \in T} |r(\tau)|,$$

и она совпадает с ранее определённым максимальным риском ликвидности:

$$R = \|r\|_{\infty}.$$

Таким образом, модель LUM может быть интерпретирована как задача управления нормой  $\|r\|_{\infty}$  в пространстве кусочно-постоянных функций, порождённых структурой неопределённости  $\{\Omega_i\}$  и весами обязательств  $\{a_i\}$ . Это позволяет трактовать ликвидность как задачу минимизации максимальной локальной нагрузки на временной оси, где устойчивость эквивалентна условию

$$B \geq \|r\|_{\infty}.$$

Топологическая структура  $(T, \mathcal{T})$  обеспечивает корректность операции взятия супре-

мум: поскольку  $r$  кусочно-постоянна и  $\Omega$  компактно, супремум достигается:

$$\exists \tau^* \in T : \quad r(\tau^*) = \|r\|_\infty.$$

Этот момент времени  $\tau^*$  соответствует *наиболее нагруженному допустимому сценарию неопределённости*. Именно он определяет величину резерва  $R$ .

Таким образом, LUM получает строгую функционально-топологическую интерпретацию: модель оперирует не вероятностями, а структурой пространства сценариев и нормой функции локальных нагрузок, что согласуется с онтологическими ограничениями ФДБ и эпистемологической структурой СОЕ.

## 2.2. Структурно-топологическое основание модели

Для корректной формализации неопределённости важно подчеркнуть две фундаментальные идеи ФДБ и СОЕ: (1) уникальность онтологических актов и (2) невозможность статистического описания событий, не обладающих частотной природой. Обязательство  $o_i$  не является элементом повторяемой серии, а значит не допускает определения вероятностной меры в строгом смысле. Это определяет всё дальнейшее развитие модели.

Введём на временной оси  $T$  стандартную структуру линейно упорядоченного топологического пространства  $(T, \mathcal{T})$ . Интервалы неопределённости

$$\Omega_i = [T_i^{\min}, T_i^{\max}]$$

в этой топологии являются компактами, а их конечное объединение

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$$

также компактно. Этот факт играет ключевую роль: супремум локальной нагрузки достигается не по причине вероятностной структуры, а в силу топологической компактности множества сценариев.

Определим функцию локальной нагрузки системы:

$$r(\tau) = \sum_{i: \tau \in \Omega_i} a_i,$$

то есть сумму всех обязательств, которые могут онтологически совпасть в момент  $\tau$ . Поскольку каждое  $\Omega_i$  является компактным интервалом,  $r(\tau)$  принимает лишь конечное число значений и изменяется только в конечном числе точек. Это означает, что

$$r \in \mathcal{PC}(T),$$

где  $\mathcal{PC}(T)$  — пространство кусочно-постоянных функций. В этой структуре наиболее естественной нормой является супремум-норма:

$$\|r\|_{\infty} = \sup_{\tau \in T} r(\tau),$$

которая и совпадает с определением максимального риска ликвидности:

$$R = \|r\|_{\infty}.$$

Таким образом, задача устойчивости ликвидности имеет функционально-аналитическую интерпретацию: она сводится к контролю нормы  $\|r\|_{\infty}$  в пространстве кусочно-постоянных отображений, порождённых структурой неопределённости  $\{\Omega_i\}$ .

Поскольку  $\Omega$  компактно, супремум достигается:

$$\exists \tau^* \in \Omega : \quad r(\tau^*) = R.$$

Момент  $\tau^*$  представляет собой наиболее «тяжёлый» онтологически допустимый сценарий — тот, на который система должна быть гарантированно готова.

Важно отметить, что ни один элемент построенной структуры — ни  $(T, \mathcal{T})$ , ни  $\Omega_i$ , ни  $r(\tau)$  — не требует вероятностной меры. Это полностью согласуется с положениями ФДБ: события, не образующие частотной последовательности, не могут быть предметом статистики. СОЕ уточняет это как невозможность формировать нетривиальную сигма-алгебру наблюдений для единичного акта: допускается лишь тривиальная структура  $\{\emptyset, \Omega_i\}$ , что исключает определение распределения.

Отсюда следует: любая попытка использовать вероятности в модели ликвидности — не упрощение, а *онтологическая ошибка*, возникающая из неверной трактовки природы событий.

Модель LUM устраняет эту ошибку, переходя от вероятностной к топологической неопределённости и интерпретируя устойчивость как выполнение условия

$$B \geq \|r\|_{\infty},$$

то есть способность покрыть максимально возможную нагрузку в пространстве всех допустимых реализаций.

## 2.3. Максимальный риск ликвидности

Поскольку каждое обязательство  $o_i$  допускает множество онтологически возможных реализаций внутри интервала  $\Omega_i = [T_i^{\min}, T_i^{\max}]$ , совокупная нагрузка системы в момент

времени  $\tau$  определяется как

$$r(\tau) = \sum_{i: \tau \in \Omega_i} a_i.$$

Эта функция описывает не фактические платежи и не прогноз, а *структурную возможность* совпадения обязательств. Значение  $r(\tau)$  отражает, что если мир реализуется так, что момент  $\tau$  попадает в пересечение некоторых интервалов неопределённости, то именно такая сумма обязательств может возникнуть одновременно.

Максимальный риск ликвидности определяется как

$$R = \max_{\tau \in T} r(\tau).$$

Ключевой смысл этого выражения состоит в следующем:

**Риск — это не вероятность, а предел возможного.**  $R$  фиксирует не то, что «скорее всего» произойдёт, а то, что *может произойти в принципе* в рамках допускаемой структуры неопределённости.

Таким образом,  $R$  — это величина, определяемая исключительно устройством системы обязательств: она не зависит от предположений о сценариях, распределениях, поведении контрагентов или качества прогнозов.  $R$  — это значение, встроенное в саму структуру мира, с которой имеет дело организация.

Важно подчеркнуть:

- $R$  не является «пессимистическим» сценарием — он является *онтологическим максимумом*: пределом того, что допускает сама природа обязательств.
- $R$  не изменится, даже если прогнозирование улучшится до идеала — потому что неопределённость не эпистемологическая, а структурная.
- $R$  не зависит от методик финансового планирования, но полностью определяется архитектурой обязательств и их временной связностью.

Следует понимать, что  $R$  — это не просто сумма, а *точка максимальной конфликтации* обязательств в пространстве сценариев. Она возникает не как результат статистики, а как математическое следствие топологической структуры интервалов неопределённости.

Такой подход делает модель LUM единственной строго корректной моделью ликвидности в условиях отсутствия вероятностной природы событий.

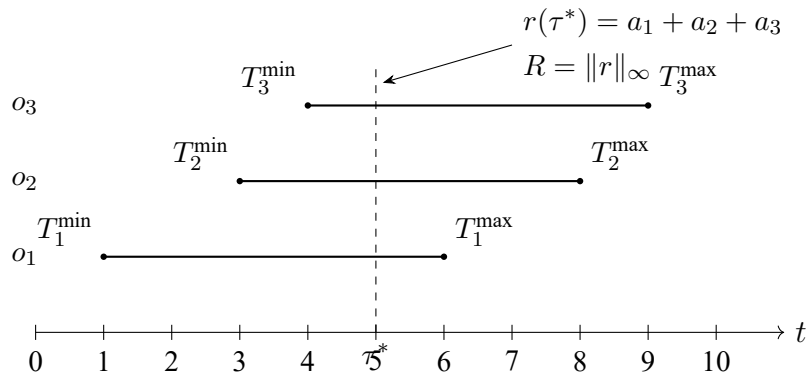


Рис. 2.1: Графическая интерпретация максимального риска  $R$  как максимального перекрытия интервалов обязательств. В момент  $\tau^*$  одновременно могут реализоваться обязательства  $o_1, o_2, o_3$ , и суммарная нагрузка достигает  $R = a_1 + a_2 + a_3$ .

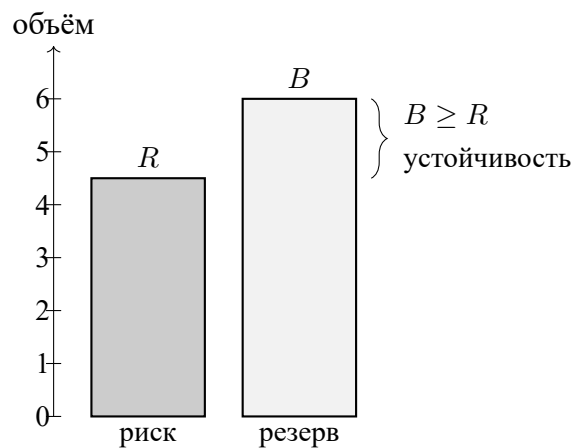


Рис. 2.2: Сравнение максимальной нагрузки  $R$  и резерва ликвидности  $B$ . При условии  $B \geq R$  система устойчива к любому допустимому сценарию неопределённости.

## 2.4. Основной закон LUM

### 2.4.1. Закон устойчивости ликвидности

**Теорема 2.4.1** (Закон устойчивости ликвидности). Система ликвидности устойчива при любых онтологически допустимых сценариях наступления обязательств тогда и только тогда, когда

$$B \geq R,$$

где  $R = \|r\|_\infty$  — супремум функции локальной нагрузки в пространстве сценариев.



### 2.4.2. Доказательство

Пусть  $(T, \mathcal{T})$  — линейно упорядоченное топологическое пространство времени, а  $r(\tau) = \sum_{i:\tau \in \Omega_i} a_i$  — кусочно-постоянная функция локальной нагрузки, определённая на множестве сценариев  $\Omega = \bigcup_i \Omega_i$ . Напомним, что  $R = \sup_{\tau \in \Omega} r(\tau)$  и что супремум достигается вследствие компактности  $\Omega$ .

#### 2.4.2.1. Необходимость

Предположим, что  $B < R$ . Тогда, по определению супремума, существует момент времени  $\tau^* \in \Omega$ , такой что

$$r(\tau^*) = R > B.$$

Это означает, что при реализации сценария  $\tau = \tau^*$  сумма обязательств, наступающих одновременно, превосходит доступный денежный остаток. Следовательно, для некоторого допустимого сценария обязательства не могут быть исполнены, и система не является устойчивой.

Таким образом, условие  $B \geq R$  является необходимым.

#### 2.4.2.2. Достаточность

Пусть теперь выполнено условие

$$B \geq R = \|r\|_\infty.$$

Тогда для любого допустимого момента времени  $\tau \in \Omega$  имеем:

$$r(\tau) \leq \|r\|_\infty = R \leq B.$$

То есть ни при каком сценарии сумма обязательств, способных наступить одновременно, не превосходит остаток  $B$ . Следовательно, все обязательства могут быть исполнены независимо от того, как именно реализуется неопределённость.

Это означает устойчивость во всём пространстве сценариев  $\Omega$ , что завершает доказательство. □

### 2.4.3. Интерпретация теоремы

Условие  $B \geq R$  формализует фундаментальный принцип: устойчивость определяется не прогнозом и не вероятностным распределением дат, а **структурной геометрией интервалов неопределённости**. Поскольку  $R$  — это вершина онтологически допустимой

нагрузки, превышение которой невозможно предотвратить информацией или моделированием, гарантия  $B \geq R$  является единственным строгим и универсальным критерием ликвидностной безопасности.

*Если структура обязательств допускает ситуацию нагрузки  $R$ , то система обязана иметь ресурс  $B$ , достаточный для покрытия  $R$ , независимо от того, насколько маловероятным кажется такой сценарий.*

Таким образом, LUM обеспечивает устойчивость не через управление предсказаниями, а через управление нормой  $\|r\|_\infty$  в пространстве сценариев, что согласуется как с топологической природой неопределённости, так и с онтологическими принципами ФДБ и наблюдательной структурой СОЕ.

#### 2.4.4. Единственность критерия устойчивости

С точки зрения практики можно попытаться заменить величину  $R$  некоторым другим скалярным функционалом  $F(r)$ , интерпретируемым как “обобщённая мера риска”, и записать критерий устойчивости в виде

$$B \geq F(r).$$

В этом подразделе покажем, что при естественных требованиях к такому функционалу он неизбежно совпадает с супремум-нормой  $\|r\|_\infty$ , то есть

$$F(r) = \|r\|_\infty = R.$$

Интуитивно это означает, что *не существует другой скалярной метрики, которая бы была бы одновременно корректной и полной в смысле оценки ликвидностной устойчивости.*

**Теорема 2.4.2** (Единственность критерия). *Пусть задан функционал  $F: \mathcal{PC}(T) \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , обладающий следующими свойствами:*

1. **(Корректность)** *Если система устойчива при всех сценариях, то  $B \geq F(r)$ .*
2. **(Полнота)** *Если  $B \geq F(r)$ , то система устойчива при всех сценариях.*
3. **(Монотонность)** *Если для любых  $\tau$  выполняется  $r_1(\tau) \leq r_2(\tau)$ , то  $F(r_1) \leq F(r_2)$ .*
4. **(Нормировка)** *Для любой константы  $c \geq 0$  и функции  $r(\tau) \equiv c$  имеем  $F(r) = c$ .*

Тогда для всех  $r \in \mathcal{PC}(T)$  выполняется

$$F(r) = \|r\|_\infty = \sup_{\tau \in T} r(\tau).$$

#### 2.4.4.1. Доказательство

Обозначим через  $M = \|r\|_\infty = \sup_\tau r(\tau)$  максимальную локальную нагрузку.

##### Шаг 1. Неравенство $F(r) \geq M$ .

Рассмотрим систему с остатком  $B = M - \varepsilon$ , где  $\varepsilon > 0$  сколь угодно мало. По определению супремума существует момент  $\tau^*$ , для которого  $r(\tau^*) > M - \varepsilon = B$ . В этом сценарии система не может исполнить обязательства, то есть она неустойчива.

По свойству корректности (1) для любой неустойчивой системы должно выполняться строгое нарушение критерия  $B \geq F(r)$ . Следовательно, при  $B = M - \varepsilon$  необходимо

$$M - \varepsilon < F(r).$$

Поскольку  $\varepsilon > 0$  можно выбирать сколь угодно малым, получаем

$$M \leq F(r).$$

##### Шаг 2. Неравенство $F(r) \leq M$ .

Рассмотрим систему с остатком  $B = M$ . Тогда для любого сценария  $\tau$  имеем  $r(\tau) \leq M = B$ , и, как было показано ранее, система устойчива при всех сценариях. По свойству полноты (2) из устойчивости следует выполнение критерия:

$$B \geq F(r) \implies M \geq F(r).$$

Объединяя два неравенства, получаем

$$M \leq F(r) \leq M,$$

а значит,  $F(r) = M = \|r\|_\infty$ .

Отметим, что свойства монотонности (3) и нормировки (4) гарантируют согласованность  $F$  с порядком и масштабом нагрузки: константная функция риска  $r(\tau) \equiv c$  должна оцениваться как риск уровня  $c$ , а увеличение нагрузки не может уменьшать меру риска. Эти условия совместимы с выводом  $F(r) = \|r\|_\infty$  и исключают экзотические функционалы, не связанные с реальной структурой нагрузки.

□

#### 2.4.5. Следствие для практики

Теорема единственности показывает, что всякая попытка заменить  $R = \|r\|_\infty$  другой скалярной метрикой риска либо потеряет корректность (появятся сценарии, при которых система формально «устойчива», но не в состоянии исполнить обязательства), либо поте-

ряет полноту (метрика будет завышать требования к резерву и не соответствовать реальной структуре обязательств), либо нарушит базовую монотонность.

Иными словами, если:

- критерий устойчивости должен быть задан одним числом;
- он должен корректно отражать все сценарии;
- и он должен согласовываться с естественным порядком «больше нагрузка — больше риск»,

то это число неизбежно совпадает с  $R = \|r\|_{\infty}$ .



## Глава 3. Динамика ликвидности

В предыдущих главах была сформулирована статическая модель устойчивости ликвидности, основанная на структурном анализе платёжного календаря и максимальной возможной нагрузки обязательств. Полученный критерий  $B \geq R$  задаёт необходимое и достаточное условие устойчивости системы при любых допустимых реализациях временной неопределённости.

Однако данный критерий не фиксирует конкретную траекторию движения ликвидности во времени. Он определяет границу структурной достаточности, но оставляет открытым вопрос о том, каким образом система реализует своё поведение внутри этой границы. Для практического применения модели необходимо явно различать структурную устойчивость и динамическую реализацию ликвидности.

### 3.1. Сценарное представление платёжного календаря

В рамках модели LUM платёжный календарь задаётся как совокупность обязательств с неопределёнными интервалами исполнения. Такая постановка естественным образом приводит к множеству допустимых реализаций календаря во времени. Каждая конкретная реализация интервалов обязательств соответствует отдельному сценарию.

Сценарий в данном контексте не является прогнозом и не предполагает назначения вероятностей. Он представляет собой допустимую конфигурацию исполнения обязательств, согласованную с заданными временными окнами. Таким образом, множество сценариев образует пространство всех структурно возможных траекторий платёжной нагрузки.

Переход от единственного календаря к пространству сценариев позволяет отделить вопросы устойчивости от вопросов реализации. Структурный риск ликвидности определяется максимальной нагрузкой по всем сценариям и уже был формализован через величину  $R$ . В то же время конкретная динамика ликвидности соответствует выбору одного из допустимых сценариев и может существенно различаться при сохранении структурной устойчивости.

Таким образом, сценарное представление платёжного календаря позволяет рассматривать ликвидность как динамический процесс, разворачивающийся внутри структурно допустимого множества, а не как фиксированное выполнение заранее заданного плана.

### 3.2. Плановые кассовые разрывы как допустимые траектории

В практической финансовой деятельности под кассовым разрывом часто понимается ситуация, при которой в некоторый момент времени текущий денежный остаток становится отрицательным или недостаточным для немедленного исполнения обязательств. В рамках модели LUM важно провести принципиальное различие между фактом нарушения структурной устойчивости и допустимыми динамическими отклонениями внутри устойчивой структуры.

Критерий устойчивости  $B \geq R$  характеризует систему в статическом смысле и гарантирует, что ни при одном допустимом сценарии суммарная нагрузка обязательств не превышает доступный резерв. Однако выполнение данного условия не требует отсутствия временных провалов ликвидности на отдельных участках траектории. Следовательно, наличие планового кассового разрыва само по себе не является признаком неустойчивости системы.

С точки зрения LUM кассовый разрыв представляет собой элемент динамической реализации платёжного календаря. Он становится критическим не по факту возникновения, а в случае, если его глубина или длительность выходят за пределы допустимой динамики покрытия. Таким образом, кассовые разрывы относятся к области управления траекторией ликвидности, а не к области структурной оценки риска.

Для описания плановых кассовых разрывов достаточно двух характеристик: глубины разрыва и его продолжительности. Глубина отражает величину временного дефицита ликвидности, тогда как продолжительность характеризует интервал времени, в течение которого данный дефицит сохраняется. Эти параметры определяют требования к инструментам динамического покрытия, но не изменяют структурный параметр  $R$ .

Анализ кассового разрыва в данной постановке сводится к выявлению факторов, изменивших форму платёжного календаря или доступной динамики покрытия. Такими факторами могут быть расширение временных окон обязательств, наложение ранее независимых интервалов, сокращение доступных инструментов покрытия либо изменение порядка исполнения обязательств. При этом сама величина  $R$  остаётся неизменной, если структурная конфигурация обязательств не была нарушена.

Тем самым модель LUM позволяет рассматривать плановые кассовые разрывы не как сбой управления ликвидностью, а как допустимые элементы динамической реализации устойчивой структуры. Управление такими разрывами заключается в контроле параметров траектории, тогда как управление ликвидностью в строгом смысле определяется исключительно структурными свойствами платёжного календаря.

### 3.3. Управление динамикой при фиксированном резерве

В рамках модели LUM структурный параметр устойчивости  $R$  определяется исключительно конфигурацией платёжного календаря и не зависит от выбранных инструментов управления ликвидностью. Следовательно, любые меры оперативного управления воздействуют не на величину  $R$ , а на динамику доступной ликвидности  $B(t)$  и форму её траектории во времени.

Управление динамикой ликвидности при фиксированном резерве заключается в выборе и комбинировании инструментов, позволяющих временно компенсировать локальные дефициты или перераспределять нагрузку без изменения структурных свойств календаря обязательств. К таким инструментам относятся краткосрочные заимствования, кредитные линии, операции о/п, отсрочки исполнения, а также организационные механизмы изменения порядка платежей.

С формальной точки зрения управление динамикой можно рассматривать как задачу контроля траектории  $B(t)$  при заданном ограничении  $B \geq R$  в структурном смысле. При этом допустимы временные отклонения  $B(t)$  от статического уровня резерва, если они не приводят к нарушению способности системы исполнить обязательства при любом допустимом сценарии.

Следует подчеркнуть, что модель LUM не ставит целью оптимизацию траектории ликвидности по критериям доходности, стоимости капитала или вероятности дефолта. Такие задачи относятся к отдельному классу управленческих и финансовых решений. В рамках LUM управление динамикой носит ограничительный характер и направлено на обеспечение допустимости траектории, а не на её оптимальность.

Используемые инструменты динамического управления могут существенно различаться по стоимости, срокам и регуляторным ограничениям, однако с точки зрения модели LUM они функционально эквивалентны в той мере, в какой обеспечивают временное покрытие дефицита ликвидности. Выбор конкретного инструмента не влияет на структурный риск, а определяется внешними условиями и управленческими предпочтениями.

Таким образом, управление ликвидностью в рамках LUM распадается на два принципиально различных уровня. Структурный уровень задаёт необходимый резерв устойчивости и определяется платёжным календарём. Динамический уровень отвечает за реализацию допустимой траектории ликвидности во времени и допускает использование различных инструментов покрытия без изменения структурного критерия устойчивости.



### 3.4. Формирование сценариев и экстремальные реализации

Поскольку платёжный календарь в модели LUM задаётся системой интервалов, множество допустимых сценариев имеет комбинаторную структуру. Для практического анализа не требуется перечисление всех сценариев; достаточно рассмотреть экстремальные реализации, определяющие величину структурного риска.

Сценарий  $\sigma$  задаётся выбором момента исполнения  $\tau_i \in [T_i^{\min}, T_i^{\max}]$  для каждого обязательства  $o_i$ . Экстремальный сценарий соответствует такой конфигурации  $\{\tau_i\}$ , при которой достигается максимум суммарной нагрузки:

$$R = \max_{\tau} \sum_{i: \tau \in [T_i^{\min}, T_i^{\max}]} a_i.$$

Практически это означает, что формирование сценариев сводится к анализу пересечений интервалов обязательств. Экстремальные сценарии возникают в точках максимального наложения временных окон, а не в произвольных конфигурациях календаря.

### 3.5. Регуляция длины временных окон

Длина временного окна обязательства является управляемым параметром и представляет собой самостоятельную меру риска. Сокращение интервала исполнения уменьшает число допустимых сценариев и, как следствие, снижает величину структурного резерва  $R$ .

Пусть обязательство  $o_i$  имеет окно длины  $\Delta T_i = T_i^{\max} - T_i^{\min}$ . Тогда уменьшение  $\Delta T_i$  при прочих равных условиях не может увеличить величину  $R$  и, как правило, приводит к её снижению.

Таким образом, управление ликвидностью может осуществляться не только через увеличение резерва, но и через регуляцию временной неопределённости обязательств. Стоимость сужения окна исполнения следует сопоставлять со стоимостью удержания дополнительного резерва.

### 3.6. Критерии допустимой динамики и управление траекторией

При фиксированном структурном резерве  $R$  динамика ликвидности задаётся траекторией  $B(t)$ . Допустимость траектории определяется не её оптимальностью, а выполнением ограничений по глубине и длительности временного дефицита.

Обозначим дефицит ликвидности как

$$D(t) = \max(0, R - B(t)).$$

Траектория ликвидности считается допустимой, если выполняются ограничения

$$D_{\max} \leq \bar{D}, \quad L \leq \bar{L},$$

где параметры  $\bar{D}$  и  $\bar{L}$  определяются доступными инструментами покрытия и регламентами управления.

Таким образом, управление динамикой ликвидности в рамках LUM сводится к контролю формы траектории  $B(t)$  при фиксированном структурном резерве и не требует оптимизации в вероятностном или стохастическом смысле.

### 3.7. Граница применимости модели

Модель LUM предназначена для анализа структурной устойчивости ликвидности в условиях временной неопределённости обязательств. Её основная задача заключается в выявлении минимально необходимого резерва, обеспечивающего исполнение обязательств при любых допустимых реализациях платёжного календаря, а также в описании допустимой динамики ликвидности внутри этой структурной границы.

При этом модель сознательно не рассматривает ряд вопросов, традиционно относимых к финансовому управлению. В частности, LUM не предназначена для прогнозирования сроков платежей, оценки вероятности дефолта, оптимизации стоимости капитала или максимизации доходности. Исключение этих аспектов является принципиальным и отражает структурный характер рассматриваемой задачи.

Ограничение области применимости модели позволяет избежать методологических противоречий, возникающих при попытках совмещения структурных и вероятностных подходов в рамках одной схемы. В LUM неопределённость трактуется как свойство временной структуры обязательств, а не как результат недостатка информации, что делает использование вероятностных оценок концептуально избыточным.

Следует отметить, что модель LUM не исключает использование иных финансовых инструментов и аналитических методов на уровне динамического управления. Напротив, она задаёт строгую структурную рамку, внутри которой такие методы могут применяться без риска нарушения устойчивости ликвидности. Таким образом, LUM дополняет, а не заменяет существующие управленческие практики.

Тем самым модель LUM фиксирует нижний структурный предел устойчивости ликвидности и определяет область допустимых динамических реализаций. Выход за пределы этой области означает не ошибку управления динамикой, а нарушение структурных пред-

посылок устойчивости, требующее пересмотра конфигурации платёжного календаря или объёма резерва.

## Глава 4. Следствия модели и положение относительно существующих подходов

### 4.1. Следствия модели

Построенная модель LUM приводит к ряду принципиальных следствий, затрагивающих как теоретические основания управления ликвидностью, так и устоявшиеся практики финансового планирования. Эти следствия вытекают непосредственно из структурной постановки задачи и не зависят от выбранных инструментов динамического управления.

1. **Прогнозирование дат исполнения обязательств не требуется.** Модель оперирует интервалами допустимых сроков и охватывает все структурно возможные сценарии их реализации. Устойчивость ликвидности определяется не точностью прогнозов, а формой платёжного календаря и величиной резерва, достаточного для покрытия максимальной нагрузки.

Тем самым устраняется фундаментальная уязвимость прогнозно-ориентированных моделей, в которых ошибка в датах исполнения приводит к разрушению всей схемы управления.

2. **Плановые показатели (включая  $C_{арех}$ ) не определяют устойчивость ликвидности.** Плановые бюджеты и инвестиционные программы могут использоваться для целей управленческого и стратегического планирования, однако они не являются обязательствами и не обладают фактическими временными характеристиками исполнения. В рамках LUM устойчивость ликвидности определяется исключительно структурой обязательств и их временной конфигурацией. Использование плановых показателей в качестве входных параметров модели ликвидности приводит к подмене анализа обязательств анализом намерений.
3. **Резерв  $R$  является единственным структурным параметром устойчивости ликвидности.** Величина  $R$ , определяемая как максимальная возможная нагрузка по всем допустимым сценариям, полностью характеризует структурный риск ликвидности. Ни одна иная агрегированная метрика не способна одновременно сохранить полноту, корректность и монотонность относительно структуры обязательств.

Все прочие показатели, используемые в практике управления ликвидностью, относятся либо к динамике реализации, либо к внешним ограничениям и не изменяют структурного критерия устойчивости.

4. **Инструменты краткосрочного размещения и покрытия относятся к динамическому уровню модели.** Рациональное управление ликвидностью предполагает использование инструментов, позволяющих компенсировать временную стоимость денег и управлять траекторией ликвидности внутри структурно допустимой области.

К таким инструментам могут относиться операции овернайт, кредитные линии и иные нейтральные по отношению к структуре календаря механизмы. Выбор конкретного инструмента не влияет на величину  $R$  и определяется внешними финансовыми и регуляторными условиями.

#### 4.1.1. О роли овернайт-инструментов

Заметим, что модель LUM не накладывает ограничений на способ хранения резерва  $B$ . Условие  $B \geq R$  определяет минимальный объём ликвидности, однако не предписывает держать этот объём «на счёте» в буквальном смысле. С функциональной точки зрения существует естественное следствие:

Если резерв  $B$  хранится в инструментах овернайт-класса, не нарушающих его доступность в любой момент времени, то это не изменяет структуры модели, так как овернайт-инструменты представляют собой лишь форму поддержания инварианта  $B \geq R$ .

Иными словами, использование о/п-инструментов не является отдельным механизмом управления ликвидностью: это только технический способ уменьшения альтернативных издержек поддержания неизбежного структурного резерва. Модель LUM отделяет *структурное требование* к объёму ликвидности (условие  $B \geq R$ ) от *финансовой реализации* этого требования.

Таким образом, даже оптимизация доходности резерва остаётся внешним по отношению к модели аспектом: она не влияет на устойчивость, а лишь повышает эффективность выполнения неизбежного условия  $B \geq R$ .

## 4.2. Положение модели LUM относительно существующих подходов

### 4.2.1. Критика традиционных подходов

Важно подчеркнуть, что большинство используемых в корпоративной практике моделей ликвидности — как детерминированных, так и вероятностных — оказываются онтологически несостоятельными в контексте структуры неопределённости, описанной в LUM.

**1. Несостоятельность детерминированных моделей.** Детерминированные модели предполагают существование единственной “правильной” даты исполнения обязательства. Это предположение нарушает саму природу корпоративных обязательств: дата исполнения не является фиксированной величиной, а представляет собой интервал возможных реализаций. Подмена интервала точкой уничтожает информацию о структуре неопределённости и делает модель некорректной ещё до начала расчётов.

**2. Несостоятельность вероятностных моделей.** Вероятностные модели предполагают существование распределения дат исполнения. Однако обязательства не являются элементами частотной выборки: каждое событие уникально и не допускает репликации. В отсутствие частоты невозможно определить ни вероятность, ни распределение, ни математическое ожидание. Использование вероятности для описания уникальных событий является онтологической ошибкой, поскольку предполагает массовость там, где её нет.

**3. Структурная неполнота прогнозных методов.** Любая модель, стремящаяся “предсказать” даты, игнорирует тот факт, что неопределённость носит не эпистемический, а структурный характер. Даже идеальное знание текущего состояния системы не устраняет возможные сценарии задержек, переносов и расхождений. Следовательно, прогнозирование не может служить основанием для устойчивости.

**4. LUM как единственный строго корректный подход.** В отличие от перечисленных методов, модель LUM не делает предположений о вероятности наступления событий и не сводит неопределённость к детерминизму. Она опирается только на структуру интервалов неопределённости и супремум локальной нагрузки в пространстве сценариев. Поэтому LUM является единственной моделью, удовлетворяющей требованиям корректности, полноты и инвариантности относительно выбора сценария.

### 4.3. Носители резерва, нейтральные инструменты и LUM-совместимые портфели

Модель LUM устанавливает верхний предел обязательств  $R = \|r\|_\infty$ , который система обязана быть готова покрыть в любой момент времени. Однако возникает естественный вопрос: в какой форме может храниться резерв  $B$ , чтобы условие  $B \geq R$  оставалось истинным для всех сценариев?

Из топологических и функциональных оснований модели следует, что устойчивость не зависит от формы хранения ликвидности, если инструмент не изменяет структуру сценариев. Это приводит к определению класса нейтральных носителей ликвидности.

#### 4.3.1. Нейтральные финансовые инструменты

Пусть  $X$  — финансовый инструмент, обладающий свойствами:

1. (Мгновенная доступность) ликвидность, размещённая в  $X$ , может быть конвертирована в денежный остаток за время  $\Delta t \rightarrow 0$ ;
2. (Эквивалентность объёма) величина  $B_X$  в инструменте полностью совпадает с доступным остатком  $B$  в момент времени реализации обязательств;
3. (Структурная инвариантность) использование  $X$  не изменяет интервалы неопределённости  $\Omega_i$  и, следовательно, не влияет на функцию нагрузки  $r(\tau)$ .

**Теорема 4.3.1** (Нейтральность финансового инструмента). *Каждый инструмент  $X$ , удовлетворяющий условиям (1)–(3), является ликвидно-эквивалентным, то есть*

$$B_X \geq R \iff B \geq R.$$

*Доказательство.* Из свойства (1) следует, что  $B_X$  доступен как денежный остаток в любой момент. Свойство (2) гарантирует равенство доступного объёма ликвидности. Свойство (3) исключает влияние инструмента на структуру нагрузки  $r(\tau)$  и величину  $R = \|r\|_\infty$ . Следовательно, критерий устойчивости сохраняется в обоих направлениях.  $\square$

**Следствие.** Овернайт-инструменты (депозиты “о/н” и их аналоги), удовлетворяющие условиям мгновенной обратимой ликвидности, являются нейтральными носителями резерва в смысле LUM. Их использование не изменяет критерий устойчивости и служит лишь формой минимизации временной стоимости хранения резерва.

### 4.3.2. LUM-совместимые портфели

Пусть имеется набор нейтральных инструментов

$$\mathcal{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}.$$

Тогда любой портфель вида

$$P = \sum_{j=1}^m w_j X_j, \quad w_j \geq 0, \quad \sum_j w_j = 1,$$

будет *LUM-совместимым*, если выполняются следующие условия:

1. мгновенная доступность ликвидности сохраняется:  $\Delta t_P \rightarrow 0$ ;
2. объём портфеля  $B_P$  эквивалентен денежному остатку в каждый момент времени;
3. портфель не изменяет структуру интервалов неопределённости  $\Omega_i$ .

При этих условиях критерий устойчивости приобретает вид:

$$B_P \geq R,$$

и полностью сохраняет структуру исходной модели.

### 4.3.3. Мост к общей модели структурного риска

LUM представляет собой частный случай более широкой концепции управления риском — *структурного риска*, возникающего из конфликтов между локальностями, их временными областями и ограничениями согласования. К риску ликвидности добавляются:

- риск несогласованных темпов (coherence-rate risk),
- риск структурного конфликта локальностей (structural locality risk),
- риск неустойчивых окон когерентности (coherence-window risk),
- риск каскадного накопления обязательств (cascade burden risk).

Следует отметить, что модель LUM описывает лишь одну из граней более общей структуры управления риском. В практических системах неопределённость может возникать не только во времени наступления обязательств, но и в связях между процессами, в динамике согласования и в распределении нагрузок. Эти области не рассматриваются в рамках настоящей работы, однако логика, лежащая в основе LUM, естественным образом расширяется на такие случаи. Соответствующие обобщения имеют отдельное изложение.



## 4.4. Заключение

Представленная модель ликвидности неопределённости (LUM) демонстрирует, что устойчивость финансовой системы определяется не точностью прогноза, не качеством данных и не степенью развитости аналитических инструментов, а исключительно структурой неопределённости, присутствующей в самих обязательствах. Управление ликвидностью сводится к управлению нормой  $\|r\|_\infty$  — максимальной возможной локальной нагрузкой в пространстве допустимых сценариев.

Такой подход радикально отличается от традиционных практик, пытающихся оперировать вероятностями, распределениями, сценарными весами или предсказаниями дат. LUM показывает, что все эти техники оказываются производными, вторичными и, в конечном счёте, несостоятельными, поскольку опираются на предположения, отсутствующие в реальных корпоративных процессах: повторяемость событий, частоты, статистическая стабилизация.

LUM формулирует принципиально иную точку зрения: *ликвидность есть свойство структуры, а не свойство прогноза*. Устойчивость задаётся не «тем, что ожидается», а «тем, что возможно». Именно поэтому критерий  $B \geq R$  является не эвристикой, а строгим математическим условием, вытекающим из топологической природы неопределённости.

Модель обладает универсальностью: она применима во всех контекстах, где обязательства не обладают статистической воспроизводимостью — от корпоративных финансов и государственных бюджетных процессов до управления ликвидностью в распределённых инфраструктурных системах. LUM естественным образом интегрируется в более широкую метатеоретическую рамку ФДБ и СОЕ, рассматривающих события как уникальные акты, а неопределённость как онтологическое свойство структуры, а не отсутствие информации.

Главный результат работы можно выразить следующим образом: **устойчивость ликвидности — это инвариант, зависящий только от структуры неопределённости, и никакие вероятностные или детерминированные модели не могут заменить или улучшить критерий  $B \geq R$ .**

Тем самым LUM не просто предлагает новую технику расчёта. Она задаёт новый уровень понимания ликвидности как математически строгого свойства систем с уникальными, нереплицируемыми событиями. В этом состоит её практическая значимость и теоретическая полнота.

**Переход к практической части**

Развёрнутое прикладное изложение, включая сценарный анализ, факторный разбор кассовых разрывов, а также методы управления структурой платёжных календарей, выходит за рамки данной работы и рассматривается в отдельном книжном формате в рамках более общей программы исследований философии управления риском.



## Глава А. Приложения

### А.1. О нормальном распределении и «жирных хвостах»

В финансовой литературе распространено утверждение, что распределения экономических величин обладают «жирными хвостами» или отклоняются от нормального закона. Однако подобные формулировки содержат скрытое допущение, которое не выполняется в реальных системах: предполагается существование частотной повторяемости событий и достаточно большой выборки, позволяющей говорить о распределении.

С точки зрения ФДБ и СОЕ каждое экономическое событие — будь то изменение цены, платёж или операционный сбой — является *уникальным актом*, не допускающим репликации. Следовательно, невозможна последовательность независимых и одинаково распределённых наблюдений, требуемая для определения вероятностного закона:

$$\neg \exists \{X_k\}_{k=1}^{\infty} : X_k \sim X_1, \quad k \text{ независимы.}$$

В отсутствие такой последовательности понятие распределения теряет онтологическое содержание.

Из этого следует, что разговоры о «нормальности», «ненормальности», «тяжёлых» или «жирных» хвостах относятся не к свойствам мира, а к математическим моделям, которые пытаются описать нереплицируемые события с помощью инструментов, предназначенных для предельных частотных процессов.

В частности:

- «нормальное распределение» в финансах является результатом предположений о стационарности и независимости, которые отсутствуют в реальных экономических системах;
- «жирные хвосты» — не наблюдаемый феномен, а следствие применения статистических методов к нереплицируемым данным;
- изменчивость и экстремальные события в системах с уникальными актами имеют *структурный*, а не вероятностный характер;
- свойства, приписываемые хвостам распределения, возникают из геометрии локаль-

ностей, ограничений согласования и каскадных структур причинности, а не из стохастического закона.

С этой точки зрения математические распределения могут служить удобными приближениями, но не должны интерпретироваться как реальные свойства мира. Не существует ни эмпирически наблюдаемого нормального распределения, ни эмпирически наблюдаемых «жирных хвостов»; существуют лишь уникальные события, структура которых не допускает частотной статистики.

Это замечание не является критикой статистических методов как таковых, а лишь указывает на границы их применимости. Для систем, в которых отсутствует реплицируемость событий, корректным подходом является структурный анализ, на котором основана модель LUM.

## **А.2. Почему VaR, ES и PD не имеют онтологического смысла**

В современной финансовой практике ключевые показатели риска — значение под риском (Value-at-Risk, VaR), ожидаемый убыток сверх VaR (Expected Shortfall, ES) и вероятность дефолта (Probability of Default, PD) — широко используются как основные меры экспозиции к неопределённости. Однако все они основаны на предположениях, которые не выполняются в системах с уникальными, нереплицируемыми событиями.

### **А.2.1. Проблема отсутствия распределения**

VaR и ES определяются как функционалы вероятностного распределения потерь:

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \inf\{x : P(L \leq x) \geq \alpha\}, \quad \text{ES}_\alpha(L) = E[L \mid L > \text{VaR}_\alpha(L)].$$

Эти выражения предполагают:

1. существование распределения  $P(L)$ ;
2. повторяемость наблюдений, позволяющую оценить хвостовые вероятности;
3. стационарность процесса генерации потерь.

Однако в реальных финансовых и операционных системах:

- убытки являются уникальными событиями,
- выборки невоспроизводимы,

- структура системы меняется быстрее, чем формируются статистические хвосты.

Следовательно, распределение потерь не существует в онтологическом смысле:

$P(L)$  — неопределимо как частотная мера.

### A.2.2. VaR как математический артефакт

Поскольку VaR определяется через квантили распределения, а распределение не имеет частотного содержания, VaR становится величиной, зависящей от выбора модели, а не от свойств риска.

Таким образом:

VaR — есть свойство модели, а не системы.

Это делает VaR инструментом удобного моделирования, но не объективной мерой риска.

### A.2.3. ES как попытка исправить немодельность VaR

Expected Shortfall был предложен как «улучшение» VaR, но по своей сути ES предполагает строгое математическое ожидание в условном распределении, которое также не существует при уникальной природе событий.

Таким образом, ES унаследует все онтологические проблемы VaR:

$ES_{\alpha}(L)$  — существует только как модельный функционал.

### A.2.4. PD как невозможность вероятности для уникальных событий

Probability of Default определяется как вероятность наступления конкретного, уникального события. Однако вероятность события возможна только при его многократной репликации или при наличии частотной структуры.

Ни один заемщик, ни один контракт, ни один контрагент не повторяется в статистическом смысле. Следовательно:

PD является некорректно определённой величиной.

Это также означает, что кредитный скоринг, основанный на оценке PD, является модельной эвристикой, а не вероятностной характеристикой.

### А.2.5. Структурная альтернатива

С точки зрения LUM и общей структурной логики:

- риск возникает из структуры локальностей (обязательств),
- риск определяется конфигурацией возможных сценариев,
- риск не является свойством распределения, а свойством геометрии и связанности.

Следовательно, корректная мера риска должна основываться на структуре сценариев и максимальной допустимой нагрузке, а не на статистических конструкциях.

VaR, ES и PD полезны как удобные инженерные аппроксимации, но не обладают онтологическим статусом и не могут служить строгими критериями устойчивости.

## А.3. Почему корреляции не имеют онтологического статуса

Корреляция между величинами  $X$  и  $Y$  определяется как

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y},$$

где ковариация и стандартные отклонения вычисляются как статистические характеристики выборки. Данная конструкция предполагает существование последовательностей наблюдений  $\{X_k\}$  и  $\{Y_k\}$ , порождённых стационарным и реплицируемым процессом.

### А.3.1. Не существует выборки в онтологическом смысле

В реальных экономических, финансовых и операционных системах наблюдения не являются повторениями одного и того же эксперимента. Каждая пара значений  $(X, Y)$  — уникальный акт, возникающий в уникальном структурном контексте.

Следовательно:

$\{X_k\}, \{Y_k\}$  не являются независимыми и одинаково распределёнными.

Без этого предположения статистическая корреляция теряет смысл.

### А.3.2. Корреляция является свойством выборки, а не системы

Даже если набор наблюдений существует, корреляция отражает свойства конкретной выборки, а не свойства исследуемой системы. Для любых конечных данных можно по-

строить модель, которая даст любую желаемую корреляцию:

$$\forall r \in [-1, 1] \exists \text{ модель, дающая } \rho = r.$$

Это означает, что корреляция не является инвариантом системы.

### **А.3.3. Корреляция не описывает причинность**

Даже в классической статистике корреляция не является мерой причинной связи. Однако в реальных системах причинные структуры динамичны, нелинейны и локальны; корреляция не способна фиксировать изменение связей во времени, так как предполагает одинаковость наблюдений и их независимость.

Структурные изменения системы мгновенно делают старые оценки корреляций нерелевантными.

### **А.3.4. Корреляции нестабильны и не подчиняются принципу инвариантности**

Для моделей, основанных на корреляционных матрицах (например, модели Марковца), корреляции предполагаются стабильными во времени.

Однако на практике:

$$\rho_{X,Y}(t) \text{ меняется быстрее, чем накапливаются наблюдения.}$$

Это означает, что корреляции:

- нестационарны,
- неинвариантны,
- не могут быть параметром модели риска.

### **А.3.5. Структурная альтернатива корреляциям**

С точки зрения LUM и структурной логики:

- события не являются реализациями распределения,
- связи между ними определяются локальной структурой и ограничениями согласования,
- зависимость возникает как геометрическое или топологическое свойство, а не как статистический коэффициент.



Следовательно, корректной мерой зависимости являются структурные характеристики (например, пересечения временных окон, конфликты процессов, каскадные пути), а не статистические коэффициенты вида  $\rho$ .

### А.3.6. Вывод

Корреляции являются удобным инженерным инструментом, но не имеют онтологического смысла и не могут служить фундаментом строгой модели риска. Они описывают только свойства выборки, но не свойства системы.

Поэтому корректные модели риска должны основываться не на статистических показателях, а на структурных и топологических свойствах системы, на чём и основана модель LUM.

## А.4. Почему ковариационная матрица является артефактом модели

Во многих моделях риска, оптимизации портфелей и финансовой инженерии предполагается, что система может быть адекватно описана ковариационной матрицей:

$$\Sigma_{ij} = \text{Cov}(X_i, X_j).$$

Это означает, что:

1. существуют случайные величины  $X_1, \dots, X_n$ ;
2. каждая из них имеет распределение;
3. существует выборка, позволяющая оценить ковариацию;
4. корреляционная структура является стационарной.

Однако ни одно из этих предположений не выполняется в системах, состоящих из уникальных событий и процессов.

### А.4.1. Ковариация определена только относительно выборки

Ковариация есть функционал выборки:

$$\widehat{\text{Cov}}(X, Y) = \frac{1}{N-1} \sum_k (X_k - \bar{X})(Y_k - \bar{Y}).$$

Если выборка не является реализацией стационарного процесса или не является реплицируемой, то ковариация не отражает свойств системы.

Следовательно:

$\Sigma$  имеет смысл только как свойство модели, а не системы.

#### **А.4.2. Ковариационная матрица нестабильна**

Любое изменение структуры системы — появление нового актива, изменения цепочек поставок, смена политики контрагента — приводит к немедленному обнулению релевантности старой ковариационной матрицы.

Практический факт:

$\Sigma(t)$  нестабильна и меняется быстрее, чем может быть заново оценена.

#### **А.4.3. Ковариационная матрица не инвариантна относительно причинных структур**

В системах с каузальными зависимостями (операционные цепочки, платежи, поставки) зависимости имеют структуру:

- направленность, - локальность, - дискретность, - временную неоднородность.

Ни одно из этих свойств не может быть выражено ковариацией.

Следовательно:

$\Sigma$  не может служить инвариантом риска.

#### **А.4.4. Вся ковариационная структура является математической фикцией**

Поскольку ковариации:

- не являются свойствами системы,
- не являются стабильными,
- не являются инвариантами,
- не выражают причинность,

то ковариационная матрица является удобным инженерным объектом, но не отражает реальных зависимостей в экономических или операционных системах.

### А.4.5. Вывод

Ковариационная матрица есть артефакт модели, а не свойство системы. Она применима только в узком классе задач с синтетическими данными или в мире, где события реплицируемы, независимы и стационарны — то есть в мире, которого не существует в реальности.

## А.5. Геометрия риска: временные и топологические зависимости вместо статистических

Статистические модели риска предполагают, что зависимости между элементами системы могут быть выражены через корреляцию, ковариацию или через параметры распределений. Однако в реальных системах зависимость имеет иной — структурный — характер.

### А.5.1. Временная структура зависимости

В системах с обязательствами и потоками событий зависимость определяется пересечением временных окон:

$$\Omega_i \cap \Omega_j \neq \emptyset.$$

Если события могут реализоваться в одном и том же временном интервале, то возникает *структурная зависимость*, не связанная с вероятностями.

Мера зависимости — не корреляция, а *геометрия пересечения интервалов*.

### А.5.2. Топологическая структура зависимости

Каждое обязательство можно рассматривать как локальность, а передачи ресурсов, операции или процессы — как связи между локальностями. Это создаёт топологическую структуру:

$$G = (V, E),$$

где  $V$  — события/обязательства,  $E$  — причинные или ресурсные связи.

Риск возникает из:

- длины путей,
- количества параллельных зависимостей,
- наличия каскадов,
- узловых точек перегрузки,

- глубины пересечения временных окон.

Это топологические свойства, не выражаемые статистическими мерами.

### А.5.3. Риск как геометрическая нагрузка

В отличие от вероятностных моделей, структурная модель определяет риск как максимальную нагрузку, возникающую из конфигурации событий.

Пример (в духе LUM):

$$R = \max_{\tau} r(\tau) \quad \text{есть геометрическое свойство, а не статистическое.}$$

### А.5.4. Преимущество структурного подхода

Структурные модели рисков:

- не требуют распределений,
- устойчивы к изменениям системы,
- инвариантны к масштабу,
- описывают реальные зависимости, а не статистические аппроксимации.

### А.5.5. Заключение

Риск — это не статистическое свойство, а геометрическое и топологическое. Он определяется структурой системы, пересечением временных окон, каскадными связями и ограничениями согласования.

Таким образом, корректные модели риска должны строиться на основе структурных и топологических отношений, а не на корреляциях, ковариациях или параметрах распределений. Модель LUM является частным, но фундаментальным примером этого подхода.

## А.6. Почему риск не является суммой рисков: структурная неаддитивность

В традиционных подходах к управлению риском часто предполагается, что общий риск системы может быть выражен как сумма индивидуальных рисков её компонентов:

$$R_{\text{total}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Подобная формула является следствием вероятностной парадигмы, в которой события трактуются как независимые или слабозависимые стохастические величины. Однако в реальных системах такая аддитивность не выполняется по причинам онтологического характера.

### А.6.1. Риск возникает из конфигурации, а не из компонентов

Пусть  $O = \{o_1, \dots, o_n\}$  — множество обязательств. Каждое обязательство может усиливать или ослаблять риск других в зависимости от:

- пересечения временных интервалов,
- ограничений пропускной способности ресурсов,
- топологической структуры процессов,
- каскадных зависимостей.

Таким образом:

$$R(o_i \cup o_j) \neq R(o_i) + R(o_j).$$

Риск определяется не самим набором событий, а геометрией их взаимодействия.

### А.6.2. Неаддитивность как следствие пересечений временных окон

В терминах функции нагрузки  $r(\tau)$ :

$$R = \max_{\tau} r(\tau)$$

где  $r(\tau)$  отражает наложение обязательств в момент времени  $\tau$ .

Если два обязательства имеют пересекающиеся интервалы, то их совместная нагрузка может быть выше суммы их индивидуальных рисков:

$$\|r_{i+j}\|_{\infty} > \|r_i\|_{\infty} + \|r_j\|_{\infty}.$$

Следовательно:

$R$  не является аддитивным функционалом.

### А.6.3. Неаддитивность как следствие топологии процессов

Если события соединены каузальными или ресурсными связями, то нагрузка системы возникает на путях, а не в узлах. Поэтому риск представляет собой свойство графа:

$$G = (V, E),$$

а не свойство набора его вершин.

Малое событие в «узловой» вершине может резко усилить риск всей системы, что невозможно выразить как сумму локальных рисков:

$$R(G) \neq \sum_{v \in V} R(v).$$

#### А.6.4. Аддитивность существует только в вероятностных моделях

В вероятностной парадигме аддитивность риска следует из линейности математического ожидания:

$$E[L_1 + L_2] = E[L_1] + E[L_2].$$

Однако эта линейность является свойством модели, а не системы:

- реальные убытки не являются случайными величинами,
- нет множества реплицируемых наблюдений,
- нет основания для ожидания или распределения,
- нет независимости компонент.

Следовательно, аддитивность не имеет онтологического содержания.

#### А.6.5. Правильная структура: риск как максимум по конфигурациям

Из модели LUM и общей структурной логики следует:

$$R = \max_{\tau} r(\tau)$$

где  $r(\tau)$  зависит от конфигурации системы.

Если конфигурация меняется, меняется и риск. Если добавляется новое событие, оно изменяет геометрию нагрузки.

Риск есть *функция структуры*, а не *сумма компонент*.

#### А.6.6. Вывод

Неаддитивность — фундаментальное свойство реальных систем. Она вытекает из структуры процессов, временной геометрии, топологии связей и каскадных взаимодействий.

Таким образом:

$$R_{\text{total}} \neq \sum_i R_i,$$

и корректная теория риска должна быть *структурной*, а не стохастической.

Модель LUM является частным примером такой структуры, показывая, что даже временная неопределённость делает риск радикально неаддитивным.

## А.7. Риск как ликвидность: структурная эквивалентность

В традиционных подходах риск рассматривается как величина, связанная с вероятностями, распределениями или статистическими характеристиками потерь. Однако структурная логика модели LUM показывает, что в системах с уникальными событиями риск возникает из совершенно иного механизма.

Рассмотрим функцию нагрузки  $r(\tau)$ , отражающую совокупность обязательств, способных реализоваться в момент  $\tau$ . Максимальная величина этой функции:

$$R = \|r\|_{\infty}$$

определяет наибольшую возможную одновременную нагрузку на систему — то есть тот объём обязательств, который должен быть покрыт для сохранения работоспособности.

С другой стороны, критерий устойчивости ликвидности:

$$B \geq R$$

означает, что риск исчезает тогда и только тогда, когда доступная ликвидность покрывает максимальную конфигурацию обязательств.

Таким образом:

риск  $\equiv$  недостаток ликвидности для покрытия структуры обязательств.

Риск — не внешняя величина и не стохастический параметр; это отношение между структурой будущих требований и доступным объёмом ресурсов. В этом смысле риск и ликвидность являются двумя сторонами одной и той же структуры:

- риск — это возможность наступления состояния  $B < R$ ;
- ликвидность — это ресурс, компенсирующий структурную неопределённость.

Если структура обязательств такова, что максимальная нагрузка  $R$  определена, то управление риском сводится к управлению ликвидностью; если структура меняется, то меняется и риск.

Поэтому в системах, где неопределённость является структурной, а события нереплицируемы, утверждение

$$\text{«риск} = \text{ликвидность»}$$

не является метафорой. Это точная эквивалентность, вытекающая из топологии обязательств и геометрии нагрузки.

Ликвидность, выраженная через условие  $B \geq R$ , является полной и достаточной мерой устойчивости. Всё остальное — способы её поддержания.

Следует подчеркнуть, что настоящая работа посвящена формированию строгого структурного фундамента управления ликвидностью в условиях временной неопределённости. Модель LUM сознательно ограничивается вопросами устойчивости и допустимой динамики, не включая числовые иллюстрации, отраслевые кейсы и алгоритмические процедуры внедрения.





## Список литературы

- [1] Алексей Алексеевич Неклюдов. *Регулятивная модель происхождения языка: подражание, формы поведения и семантизация*. 2025. doi: 10.5281/zenodo.17769069.
- [2] Алексей Алексеевич Неклюдов. *Философия Дискретного Бытия. Манифест*. 2025. doi: 10.5281/zenodo.17572909.
- [3] Алексей Алексеевич Неклюдов. *Философия дискретного бытия. Часть I. Основы*. Издательские решения, 2025. ISBN: 978-5-0068-4568-8.